

Chapitre 6 Équations - inégalités

1°/ Égalités et opérations

2°/ Équation

3°/ Exemples de résolution

4°/ Inégalités

1°/ Égalités et opérations

1.1 Égalité, addition et soustraction

Propriété : Si on **ajoute** (ou **soustrait**) un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c :

* si : $a = b$, alors : $a + c = b + c$

* si : $a = b$, alors : $a - c = b - c$

Exemple : On sait que : $2x - 11 = 8$.

Alors on peut en déduire que : $2x - 11 + 11 = 8 + 11$, donc : $2x = 19$.

On a ajouté 11 à chaque membre de l'égalité.

1.2 Égalité, multiplication et division

Propriété : Si on **multiplie** par un même nombre (ou on **divise** par un même nombre non nul) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c :

* si : $a = b$, alors : $a \times c = b \times c$

* si : $a = b$ **et** $c \neq 0$, alors : $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Exemple : On sait que : $2x = 19$.

On peut en déduire que : $\frac{2x}{2} = \frac{19}{2}$, donc : $x = 9,5$.

On a divisé par 2 les deux membres de l'égalité.

2°/ Équation

Définition : Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver par quels nombres il faut remplacer x pour obtenir une égalité.

Ces nombres sont appelés "solutions de l'équation".

Exemple : Soit l'équation : $\underbrace{4x + 7}_{1^{\text{er}} \text{ membre}} = \underbrace{6x - 3}_{2^{\text{ème}} \text{ membre}}$

Le nombre 5 est solution de cette équation car : $4 \times 5 + 7 = 6 \times 5 - 3$

ATTENTION : Il y a des équations qui n'ont pas de solution.

Par exemple $0x = 7$ n'a pas de solution.

En revanche $7x = 0$ a une solution (c'est 0).

Méthode en Vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=PLuSPM6rJKI&feature=youtu.be>

3°/ Exemples de résolution

- Résoudre l'équation : $4(x + 3) = 5 - x - 3$

Étapes :

Les équations suivantes ont les mêmes solutions

- (1) On simplifie chacun des membres

$$\begin{aligned}4x + 12 &= 5 - x - 3 \\4x + 12 &= 2 - x\end{aligned}$$

- (2) On « supprime » le terme contenant l'inconnue dans un des deux membres.

$$4x + 12 + x = 2 - x + x$$

on ajoute ici l'opposé de $-x$ dans les 2 membres

On obtient : $5x + 12 = 2$

- (2 bis) On « supprime » le terme ne contenant pas l'inconnue dans l'autre membre.

$$5x + 12 - 12 = 2 - 12$$

on ajoute ici l'opposé de $+12$ dans les deux membres

On obtient : $5x = -10$

- (3) On divise chaque membre de l'équation par le coefficient de l'inconnue (s'il est non nul).

$$\begin{aligned}\frac{5x}{5} &= \frac{-10}{5} \\x &= -2\end{aligned}$$

- (4) On conclut :

La solution est -2 .

- (5) On vérifie que le résultat trouvé est solution de l'équation.

Vérification :

$$\begin{aligned}\text{On a : } 4(-2 + 3) &= 4, \\ \text{et : } 5 - (-2) - 3 &= 4\end{aligned}$$

- Résoudre l'équation : $\frac{5x}{6} = \frac{2}{7}$

Étapes :

Les équations suivantes ont les mêmes solutions

- (1) On applique la règle du produit en croix : $\frac{5x}{6} = \frac{2}{7}$, donc : $5x \times 7 = 2 \times 6$, donc : $35x = 12$

- (2) On résout l'équation obtenue.

$$\frac{35x}{35} = \frac{12}{35}, \text{ soit : } x = \frac{12}{35}$$

- (3) On conclut :

La solution est $\frac{12}{35}$.

- (4) On vérifie que le résultat trouvé est solution de l'équation.

Vérification :

$$\frac{5}{6} \times \frac{12}{35} = \frac{5 \times 2 \times 6}{6 \times 7 \times 5} = \frac{2}{7}$$

😊 Méthode en Vidéo : <https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-quatrieme#5>

😊 Exercice en Vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=9rCgwGqJv6I&feature=youtu.be>

4°/ Inégalités

4.1 Inégalité au sens large

Propriété : • $a \leq b$ signifie : $a < b$ ou $a = b$; • $a \geq b$ signifie : $a > b$ ou $a = b$.

Exemples : $5 \leq 7$; $6 \leq 6$; $12 \geq 7$; $19 \geq 19$.

Propriété : • $a - b \leq 0$ signifie : $a \leq b$; • $a - b < 0$ signifie : $a < b$; • $a - b \geq 0$ signifie : $a \geq b$.

Cette propriété permet de comparer des nombres.

Exemple : $\frac{124}{250} - \frac{21}{40} = -0,029$ donc : $\frac{124}{250} < \frac{21}{40}$

4.2 Inégalité, addition et soustraction

Propriété : Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas le sens de l'inégalité.		Quels que soient les nombres relatifs a, b et c :
		* si : $a < b$, alors : $a + c < b + c$
		* si : $a < b$, alors : $a - c < b - c$

On a des propriétés analogues si $a \geq b$ ou $a > b$ ou $a \leq b$.

Exemples : Si : $m \leq 5$ alors : $m + 7 \leq 5 + 7 (= 12)$ (on a ajouté 7 aux deux membres de l'inégalité).
Si : $m \leq 5$ alors : $m - 3 \leq 5 - 3 (= 2)$ (on a retranché 3 aux deux membres de l'inégalité).

4.3 Inégalité, multiplication

Propriété : Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre positif , on ne change pas le sens de l'inégalité. Si on multiplie (ou divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre négatif , on change le sens de l'inégalité.		Quels que soient les nombres relatifs a, b et c :
		* si : $a < b$ et : $c > 0$, alors : $a \times c < b \times c$
		* si : $a < b$ et : $c < 0$, alors : $a \times c > b \times c$

On a des propriétés analogues si $a \geq b$ ou $a > b$ ou $a \leq b$.

Exemples : Si : $m \leq 5$ alors : $2m \leq 10$ (on a multiplié les deux membres de l'inégalité par 2 qui est positif).
Si : $m \leq 7$ alors : $-3m \geq -21$ (on a multiplié les deux membres de l'inégalité par -3 qui est négatif et on a inversé le sens de l'inégalité).