NOM, Prénom : .... ***Bon Travail !***

Lycée Notre-Dame des Minimes **<u>2nde – DS3 – Mathématiques</u>** **04 Février 2025**

Éléments de correction

Calculatrice autorisée – Devoir de 2h – Barème sur 40 points – Sujet à rendre avec votre copie double

<u>Exercice 1</u> **(12 points)** ***À faire sur copie double***

Les trois questions sont indépendantes.

1. Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $g(x) = \frac{2x-7}{3x+2}$

valeurs interdites : il faut que : $3x + 2 \neq 0$

soit : $x \neq -\frac{2}{3}$ Donc $\mathrm{D_g} = \mathbb{R} - \{-\frac{2}{3}\}$

b) $h(x) = \sqrt{6 - 2x}$

valeurs interdites : il faut que : $6 - 2x \geq 0$

soit : $-2x \geq -6$ soit : $x \leq 3$ Donc $\mathrm{D_h} =]-\infty\,; 3\,]$

2. Étudier la parité des fonctions suivantes, toutes définies sur $\mathbb{R}$:

a) $f(x) = 4x^3 - 7x$ **b)** $g(x) = \frac{8}{x^2+9}$ **c)** $h(x) = 3 - 15x$

a) Pour tout nombre x, $f(-x) = 4(-x)^3 - 7(-x) = -4x^3 + 7x = -f(x)$ Donc f est impaire.

b) Pour tout nombre x, $g(-x) = \frac{8}{(-x)^2+9} = \frac{8}{x^2+9} = g(x)$ Donc g est paire.

c) Pour tout nombre x, $h(-x) = 3 - 15\times(-x) = 3 + 15x$ et : $-h(x) = -3 + 15x$

Donc : $h(-x) \neq h(x)$ et : $h(-x) \neq -h(x)$ Donc h n'est ni paire ni impaire.

3. Soit f définie sur $[-5\,; 5]$ telle que $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

Les points suivants $A(-2\,; -5)$; $B(-6\,; -61)$; $C(3\,; 2)$ appartiennent-ils à la courbe représentative de f ? Justifier par le calcul.

$x_A = -2 \in D_f$ et $f(-2) = -(-2)^2 + 4\times(-2) - 1 = -4 - 8 - 1 = -13 \neq y_A$ Donc A n'appartient pas à C_f.

$x_B = -6 \notin D_f$: $f(x)$ n'est pas définie en $x = -6$. Donc B n'appartient pas à C_f.

$x_C = 3 \in D_f$ et $f(3) = -(3)^2 + 4\times(3) - 1 = -9 + 12 - 1 = 2 = y_C$ Donc C appartient à C_f.

<u>Exercice 2</u> **(4 points)** ***À faire sur copie double***

1. Soit une fonction affine f telle que $f(2) = 5$ et $f(-3) = 6$. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

On cherche les réels m et p tels que $f(x) = mx + p$. On a : $m = \frac{f(2)-f(-3)}{2-(-3)} = \frac{5-6}{5} = -\frac{1}{5}$ Donc $f(x) = -\frac{1}{5}x + p$

Sachant que $f(2) = 5$, on a : $5 = -\frac{1}{5} \times 2 + p$ soit : $5 = -\frac{2}{5} + p$ soit : $p = \frac{25}{5} + \frac{2}{5} = \frac{27}{5}$

Donc $f(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{27}{5}$ soit encore **:** $f(x) = -0{,}2x + 5{,}4$

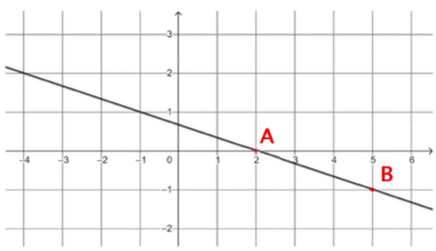
2. Donner l'expression de la fonction h représentée par la droite ci-dessous.

Prenons deux points sur cette droite, par exemple A(2 ; 0) et B(5 ; – 1).
Graphiquement ou en calculant de la même manière que **1.**

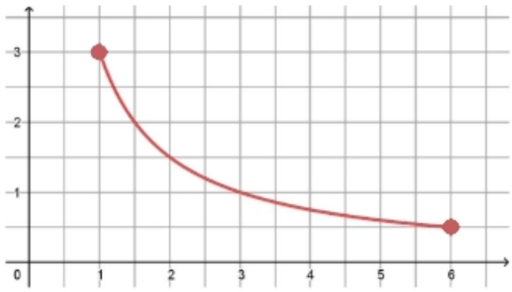
on obtient : $m = -\frac{1}{3}$ et donc $h(x) = -\frac{1}{3}x + p$

Sachant que $h(2) = 0$, on a : $0 = \frac{-1}{3} \times 2 + p$

soit : $0 = -\frac{2}{3} + p$ soit : $p = \frac{2}{3}$ Donc $h(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$



<u>Exercice 3</u> (2 points) ***À faire sur le sujet***



1. Une fonction f est définie par la courbe ci-contre.

a) Quel est l'ensemble de définition de f ? $D_f = [\,1\,;6\,]$

b) Déterminer $f(2)$: $f(2) = 1{,}5$

c) Donner le ou les antécédents de 1 par f :
L'antécédent de 1 par f est 3.

2. On donne maintenant la formule définissant la fonction f sur cet ensemble de définition : $f(x) = \frac{3}{x}$.
Calculer l'image de 4 par f : $f(4) = \frac{3}{4} = 0{,}75$

<u>Exercice 4</u> (6 points) ***À faire sur le sujet***

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 1$

1. Calculer l'image de 0 : $f(0) = -1$

2. Calculer un antécédent de 0 :

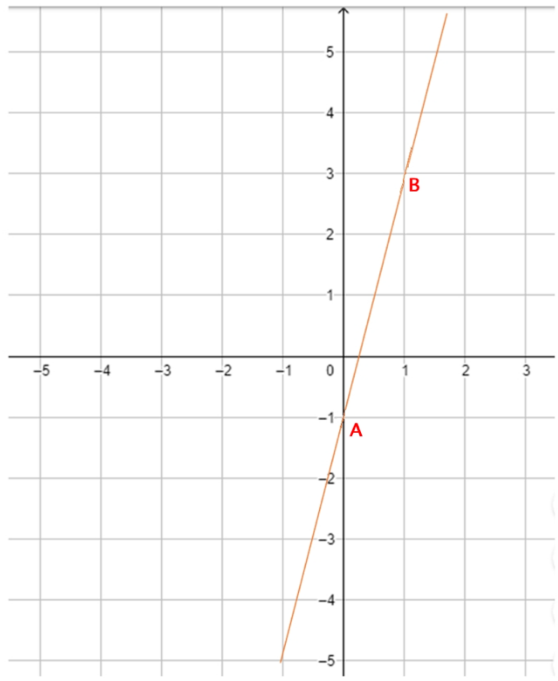
   On cherche les valeurs de x telles que :

   $0 = 4x - 1$

   Soit : $-4x = -1$

   Soit : $x = \frac{1}{4}$

   $\frac{1}{4}$ est un antécédent de 0.



3. Tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-contre. C'est une droite car f est une fonction affine.
   On a placé le point A(0 ; – 1) et le point B (1 ; $f(1) = 3$)

4. Donner le tableau de signes de f : comme $m = 4 > 0$, on a le tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{-p}{m} = \frac{1}{4}$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$

<u>Exercice 5</u> (3 points) ***À faire sur le sujet***

Cet exercice est un QCM. Chaque question comporte quatre propositions de réponse dont une seule est exacte.
<u>Entourer directement sur le sujet la réponse choisie</u>. On ne demande pas de justification.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. 7 personnes rejoignent un groupe de 35 personnes. Le pourcentage d'augmentation de ce groupe est de :	7 %	20 %	25 %	28 %
2. Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 10 % pendant 5 mois. Globalement, le prix a été multiplié par :	1,15	50 %	5×1,1	1,61051
3. Après une augmentation de 30 % puis une baisse de 10 %, le prix d'un article est de 526,5 €. Le prix initial était de :	450 euros	463,32 euros	473,85 euros	environ 478,64 euros

Car : **1.** $t = \frac{7}{35} = 0{,}2 = 20\%$

2. $(1 + 0{,}1)(1 + 0{,}1)(1 + 0{,}1)(1 + 0{,}1)(1 + 0{,}1) = 1{,}1^5 = 1{,}61051$

3. $Prix_{\text{init}} \times (1 + 0{,}3)(1 - 0{,}1) = 526{,}5$ Donc : $Prix_{\text{init}} \times 1{,}3 \times 0{,}9 = 526{,}5$ Donc : $Prix_{\text{init}} = \frac{526{,}5}{1{,}17} = 450$

<u>Exercice 6</u> (3 points) ***À faire sur copie double***

Lorsqu'il va chez son docteur, M. Anosky paye 30 € pour la consultation.
70 % de ce montant lui est remboursé par la sécurité sociale.
Sur le montant restant à sa charge après remboursement de la sécurité sociale, sa mutuelle lui rembourse 80%.

1. Quelle somme lui rembourse la sécurité sociale ?

Remboursement : $30 \times \frac{70}{100} = 21$ €

2. Quelle somme est remboursée par sa mutuelle ?

Montant restant à charge : 30 – 21 = 9

Montant remboursé par la mutuelle : $9 \times \frac{80}{100} = 7{,}2$ La mutuelle a remboursée 7,20 €

3. Quel proportion du prix de la consultation a-t-il finalement payé ?

Prix finalement payé pour la consultation : 9 – 7,2 = 1,8 Le prix payé finalement est de 1,80 €
Proportion du prix de la consultation finalement payé : $\frac{1{,}8}{30} = 0{,}06 = 6\%$

<u>Exercice 7</u> (5 points) ***À faire sur copie double***

Lors d'un discours au cours duquel il a donné les résultats des examens des deux universités du pays, le dictateur du pays a déclaré : « **Dans l'Université du Nord, 82 % des garçons et 80 % des filles ont réussi. Dans l'Université du Sud, 56 % des garçons et 52 % des filles ont réussi. Je ne suis pas sexiste mais il faut bien reconnaître que dans notre pays, les garçons réussissent mieux que les filles.** »

1. Dans l'Université du Nord, il y avait 500 candidats de sexe masculin et 500 candidats de sexe féminin.

Calculer le nombre de garçons et de filles qui ont réussi cet examen dans cette université.

$Nb_{G\_Nord} = 500 \times \frac{82}{100} = 410$ $Nb_{F\_Nord} = 500 \times \frac{80}{100} = 400$

2. Dans l'Université du Sud, il y avait 800 candidats de sexe masculin et 200 candidats de sexe féminin.

Calculer le nombre de garçons et de filles qui ont réussi cet examen dans cette université.

$Nb_{G\_Sud} = 800 \times \frac{56}{100} = 448$ $Nb_{F\_Sud} = 200 \times \frac{52}{100} = 104$

3. **a)** Calculer le pourcentage des garçons qui ont réussi sur l'ensemble des candidats du pays.

$t_{\text{Réussite G/ Plan national}} = \frac{410+448}{2000} = \frac{858}{2000} = 42{,}9\%$

b) Calculer le pourcentage des garçons qui ont réussi sur l'ensemble des candidats garçons du pays.

$t_{\text{Réussite G}} = \frac{410+448}{500+800} = \frac{858}{1300} = 66\%$

c) Calculer le pourcentage des filles qui ont réussi sur l'ensemble des candidats de ce pays.

$t_{\text{Réussite F / Plan national}} = \frac{400+104}{2000} = \frac{504}{2000} = 25{,}2\%$

d) Calculer le pourcentage des filles qui ont réussi sur l'ensemble des candidats filles du pays.

$t_{\text{Réussite F}} = \frac{400+104}{500+200} = \frac{504}{700} = 72\%$

5. La conclusion du dictateur est-elle exacte ? *Expliquer*.
D'après cette étude, les filles ont un meilleur taux de réussite dans leur catégorie que les garçons.
Sur le plan national, les résultats s'inversent et ce sont les garçons qui ont un meilleur taux de réussite notamment car il y nettement plus de participants garçons que de participants filles. Le choix des populations étudiées permet donc d'arriver à une conclusion ou l'autre.

Exercice 8 **(3 points)** ***À faire sur copie double***

Le site Internet d'un lycée a été consulté par 217 visiteurs en septembre 2015.

1. Ce nombre est supérieur de 15 % au nombre de visiteurs en septembre 2014.

Calculer le nombre de visiteurs en septembre 2014 (Arrondir à l'entier supérieur).

On a : $\text{nb}_{\text{vist}_{\text{sept 2014}}} \times (1+15\%) = \text{nb}_{\text{vist}_{\text{sept 2015}}}$

soit : $\text{nb}_{\text{vist}_{\text{sept 2014}}} \times 1{,}15 = 217$

Donc $\text{nb}_{\text{vist}_{\text{sept 2014}}} = \frac{217}{1{,}15} \approx 188{,}7$

Il y avait environ 189 visiteurs en septembre 2014.

2. Le nombre de visiteurs en octobre 2015 a été supérieur de 20 % à celui de septembre 2015.

Calculer le nombre de visiteurs en octobre 2015 (Arrondir à l'entier supérieur).

On a : $\text{nb}_{\text{vist}_{\text{oct 2015}}} = (1+20\%) \times \text{nb}_{\text{vist}_{\text{sept 2015}}}$

Soit : $\text{nb}_{\text{vist}_{\text{oct 2015}}} = 1{,}2 \times 217 = 260{,}4$

Il y avait environ 261 visiteurs en octobre 2015.

3. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de visiteurs entre septembre 2014 et octobre 2015.

(Arrondir le pourcentage au dixième).

$t_{\text{sept 2014}-\text{oct 2016}} = \frac{261-189}{189} = \frac{72}{189} \approx 0{,}3809$ soit : $t_{\text{sept 2014}-\text{oct 2016}} \approx 38{,}1\%$

Le pourcentage d'augmentation du nombre de visiteurs entre septembre 2014 et octobre 2015 est de 38,1% environ.

OU

$\text{CM}_{\text{sept 2014}-\text{oct 2016}} = \text{CM}_{\text{sept 2014}-\text{sept 2015}} \times \text{CM}_{\text{sept 2015}-\text{oct 2015}} = (1+0{,}15) \times (1+0{,}20) = 1{,}38$

$t_{\text{sept 2014}-\text{oct 2016}} = \text{CM}_{\text{sept 2014}-\text{oct 2016}} - 1 = 0{,}38$ soit : $t_{\text{sept 2014}-\text{oct 2016}} = 38\%$

Le pourcentage d'augmentation du nombre de visiteurs entre septembre 2014 et octobre 2015 est de 38%.

Exercice 9 **(2 points)** ***À faire sur copie double***

Un prix augmente de 70% puis baisse de 30%.

a) Quelle est l'évolution qui correspond à ces deux évolutions successives ?

Si on pose : $t_1 = +70\%$ alors $\text{CM}_1 = 1 + 70\% = 1{,}7$ et : $t_2 = -30\ \%$ alors $\text{CM}_2 = 1 - 30\ \% = 0{,}7$.

On a alors : $\text{CM}_g = \text{CM}_1 \times \text{CM}_2 = 1{,}7 \times 0{,}7 = 1{,}19$ et : $t_g = \text{CM}_g - 1 = 0{,}19 = +19\%$.

L'évolution globale qui correspond à ces deux évolutions successives est donc une augmentation de 19%.

b) Quelle évolution appliquer ensuite afin de retrouver, après cette troisième évolution, le prix initial ?

On donnera le taux de cette évolution en pourcentage, arrondi à l'unité.

On cherche le CM_R tel que : $\text{CM}_g \times \text{CM}_R = 1$.

D'où : $\text{CM}_R = \frac{1}{\text{CM}_g} = \frac{1}{1{,}19}$ d'après ce qui précède.

Soit : $\text{CM}_R = 1 + t_{\text{R}} = \frac{1}{1{,}19}$ soit : $t_{\text{R}} = \frac{1}{1{,}19} - 1 = \frac{1}{1{,}19} - \frac{1{,}19}{1{,}19} = \frac{-0{,}19}{1{,}19} \approx -0{,}16$ soit : $t_{\text{R}} \approx -16\%$

Cette évolution correspond à une baisse d'environ 16%.